Comparing among Estimators of Maximum Likelihood , L–Moments and LQ– Moments for Kappa distrbution

مقارنة بين مقدرات الامكان الاعظم والعزوم الخطية و العزوم الكمية الخطية لتوزيع كابا

أ. م .د مهدي وهاب نصر الله باقر كريم فهد

جامعة كربلاء / كلية الادارة والاقتصاد

الملخص

يعد توزيع كابا من التوزيعات الاحتمالية المستمرة الذي يدرس السلوك العشوائي للظواهر المهمة حياتيا وعلمياً. وقد طورهذا التوزيع على يد العالم Hosking وعلماء آخرون . ان هذا التوزيع يدرس بعض الظواهر الطبيعية وكذلك يمكننا عن طريقة بناء أنموذج لتلك الظواهر. استعمل هذا التوزيع في دراسة ظواهر، حديثة الاكتشاف مثل ظاهرة الرياح الشمسية ودراسة خواص البلازما وغيرها من الظواهر فمن هنا تاتي أهمية هذا التوزيع .وان له صيغاً مختلفة وسنتناول في هذه الدراسة صيغته الناتجة من حاصل دمج توزيع كاما وتوزيع اللوغارتم الطبيعي، والتي يدرس عن طريقها الظواهر الطبيعية. وقد استعملنا ثلاثة طرائق لتقدير المعالم الثلاث (θ , β, α) للتوزيع بعد اكمال العمليات الرياضية للتوصل الى الصيغ النهائية لهذه الطرائق.كانت الطرائق التي تم استعمالها هي: طريقة الامكان الاعظم ،وطريقة العزوم الخطية ، وطريقة المقدرات التجزيئية ، ولكي نختار من هذه الطرائق افضلها في التقدير للانموذج العام للتوزيع ذي المعالم الثلاثة استعملنا اسلوب المحاكاة باستعمال برنامج (MATLAP R2012a) .

Abstract :

Kappa Distribution one of the continouse probability distributions which concered with the random be haroure for important Phenomenias cscientificond live Pronosed by Hosking and onthers .This Distribution Concered withe natural phenomenia throught building models for this pheaomem as solar winds and Plasmd Properites. We will deal the form of this distribution outcome of merge of Gamma distribution and Log –Normal distribution. In the second chapter, we derive the properites of that distribution and we use five methods for estimate the three parameter of Kappa Distribution (θ,β,α) Tese method are: Maximum Likelihood , L–Moment and LQ–Moment. We used the Simulation by using Mean Squared Error , Kolmogorov–Smirnov and Mean Absolut Proportional Error to Comparing between appilicaple of these Methods and choose the best estimator we use (MATLAP R2012a).

المقدمة Introduction

إنّ اهتمامات علم الاحصاء كثيرة منها دراسة الظواهر التي تتبع السلوك العشوائي ، بل يتعدى ذلك الى تقدير ما تؤول اليه تلك الظواهر في المستقبل .لذلك لابد لنا من نمذجة تلك الظواهر حسب نماذج تفسر السلوك العشوائي الذي تسلكه تلك الظواهر .و يكون ذلك ببناء نموذج احتمالي يصف ويقيس ما تؤول إليه تلك الظاهرة من نتائج احتمالية ، تلك النماذج تدعى التوزيعات الاحصائية الاحتمالية Propability statistical Distribution والتي تكون على نوعين متقطعة Discrete ، ومتصلة Continuous.وكل توزيع من تلك التوزيعات يصف ويدرس مجموعة معينة من الظواهر أو الحوادث الطبيعية أو الحياتية أو الظواهر المكتشفة حديثا، التي يتطلب دراسة البعض منها تطوير التوزيع لكي يلائم تعقيد حالة هذه الظواهر.ولكل توزيع احتمالي هنالك قيم ثابتة تحدد مواصفات ذلك التوزيع الاحتمالي والتي تدعى معالم التوزيع Parameters.

مشكلة الدراسة: problem of the Study

في المجالات التطبيقية المختلفة هناك مشكلة عدم تساوي احتمال ظهور الحوادث ، هذا ينعكس على مفردات العينة المأخوذة عشوائياً من المجتمع ، مما يؤدي تاثيره في العشوائية واستقلالية المفردات ، وهذا الامر يختلف لاختلاف بيئة البيانات والتطبيقات.من ابرز المجالات التي تتجلى فيها هذه المسئلة هي ظاهرة هطول الامطار وظاهرة الرياح الشمسية ، ودراسة خواص البلازما وغيرها . لذا ارتأى الباحث العمل على تقدير معالم للانموذج الاحتمالي لصيغة توزيع كابا ذات الثلاثة معالم (α, β, θ) الناتجة عن دمج توزيعين مأخوذين من عائلة التوزيعات المستمرة Continuous distrbution وهما توزيع كاما Gamma distribution وتوزيع اللوغارتم الطبيعي Log –Normal distribution وسيتم توضيح خصائص التوزيع وطرائق التقدير.

هدف الدراسة: Objective of The Study

تعد التوزيعات الاحتمالية بقسميها المستمرة والمتقطعة اداة الاحصاء المهمة في دراسة وتحليل نتائج دراسة الظواهر المختلفة ،لذا سيكون هدف دراستنا معرفة بعض طرائق التقدير لمعلمات التوزيع وان الطرائق التي سنتناولها هي طريقة الامكان الاعظم Method of Maximum Likelihood وطريقة العزوم الخطية Method of L–Moments وطريقة العزوم الكمية الخطية Method of LQ–Moments وذلك لغرض ان نعرف اي الطرائق هي الافضل في تقدير معلمات التوزيع عن طريق المحاكاة Simulation .من ثم نختار افضل طريقتين لكي نستعملها في التقدير عند دراستنا لظاهرة تساقط الامطار في محافظة بغداد.

توزيع كابا: Kappa Distribution (15)(16)

توزيع كابا Kappa Distribution هو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة الذي يدرس السلوك العشوائي للظواهر المهمة حياتيا وعلميا . وقد مر بتطويرات مهمة على يد (Hosking 1994) وأخرين . اذ قام بالعمل على تطوير طرائق التقدير لمعلماته (Hutson 1998) I (Ani shabri & Abdu Aziz) و (Dhwyia (Samir 2011) (Hassan, Inam Abdulrahman, Layla Nassir 2014). بحيث استنتجوا الطريقة الافضل لدراسة الظاهرة التي تناولوها ولمجموعة من الظواهر اي طريقة هي الافضل ، كثيرا ما استعمل التوزيع في دراسة ظواهر الفضاء الخارجي والغلاف الجوي مثلاً سرع الجزيئات وخصائصها في بلازما الفضاء ودرجة حرارة البلازما ، ويدرس ظاهرة الرياح الشمسية ودرجات الحرارة القصوى وأطياف تدفق الطاقة . وايضا يدرس الظواهر الحياتية والطبيعية مثل نمذجة السلوك العشوائي للرياح العاصفة والفيضانات والامطار ورصد ظاهرة تغير المناخ، ويدرس التطبيقات الاحصائية الميكانيكية والظواهر الجوية داخل الغلاف الجوي وخارجة. وان توزيع كابا سنستعمله في دراستنا لكميات الامطار في محافظة بغداد وتكون

صيغة التوزيع في هذه الدراسة ناتجة عن حاصل دمج توزيع كاما Gamma distribution وتوزيع اللوغارتم الطبيعي (Log – Normal distribution .

نفرض ان .($x_1,x_2,....x_n$) متغير عشوائي له توزيع كابا فان دالة الكثافة الاحتمالية له كالاتي:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\alpha\theta}{\beta}\ (\frac{x}{\beta})^{\theta-1}\ \left(\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}\right)^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} & (\ if \quad x>0\ ) \\ 0 & ,(0\geq x) \end{cases} \quad ...\ (1)$$

ودالة التوزيع التراكمي كالاتي:

Cumulativ distribution function

$$F(x)=\begin{cases} \left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}{\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}} & (\ if \quad x>0\ ) \\ 0 & ,\ (0\geq x) \end{cases} \quad ...\ (2)$$

طرائق التقدير: Estimation Methods

طريقة الامكان الاعظم $\boldsymbol{Maximum\ likelihood\ estimation\ method}$ (13)(7)(2)

أن اول من صاغ طريقة دالة الامكان الاعظم هو (C.F.Gauss) ،في حين قام الباحث (R.A.Fisher)عند تطبيقهما لاول مرة في ابحاث متعددة ، و ان مقدر الامكان الاعظم هو الذي يجعل لوغارتم دالة الامكان الاعظم في نهايتها العظمى .

فاذا كنا نمتلك عينة عشوائية($x_1, x_2, x_3,........,x_n$) من توزيع كابا المعرف في ادناه فان دالة الامكان الاعظم تكون كما يأتي:

$$L\ f(x_1, x_2, x_3,........,x_n,\alpha,\ \beta,\vartheta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i,\alpha,\beta,\theta) \quad ...\ (3)$$

وكانت دالة الثافة الاحتمالية لتوزيع كابا كما يأتي:

$$f(x_i\ ,\alpha,\beta\ ,\vartheta\ ) = \frac{\alpha\theta}{\beta}(\frac{x}{\beta})^{\theta-1}\left(\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}$$

والصيغة المذكور انفاً يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$L\ f(x_i\ ,\alpha,\beta\ ,\vartheta) = \frac{\alpha^n\theta^n}{\beta^n}\Pi_{i=1}^{n}\left((\frac{x}{\beta})^{\theta-1}\left(\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}\right) \quad ...\ (4)$$

وباخذ *ln* للمعادله (٤)

$$\ln L\, f(x_i,\alpha,\beta,\theta) = \begin{Bmatrix} n\ln\alpha + n\ln\theta + n\ln\beta + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{x}{\beta}\right) \\ -\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)\sum_{i=1}^{n}\ln\ \left(\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right) \end{Bmatrix} \quad \ldots (5)$$

وباخذ المشتقة للمعادلة (2.23) بالنسبة ل (α، θ، β) ومساواتها للصفر ثم نستخرج المقدر للمعالم الثلاث($\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\theta}$)

كما يأتي:

$$\frac{\partial\ lnL\ \ f(x_i,\alpha,\ \beta,\theta)}{\partial\alpha} = \begin{Bmatrix} \frac{n}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\sum_{i=1}^{n}\ln\ \ (\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\ \beta}) \\ -\frac{\alpha+1}{\alpha}\sum_{i=1}^{n}\frac{1+\theta\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \end{Bmatrix} \quad \ldots (6)$$

$$Let\ \ \frac{\partial\ lnL\ \ f(x_i,\alpha,\beta,\theta)}{\partial\alpha}=0$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{n}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\sum_{i=1}^{n}\ln\ \ (\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\ \beta}) \\ -\frac{\alpha+1}{\alpha}\sum_{i=1}^{n}\frac{1+\theta\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \end{Bmatrix}=0$$

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{n}{\begin{Bmatrix} -\frac{1}{\alpha^2}\sum_{i=1}^{n}\ln\ \ (\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\ \beta}) \\ +\frac{\alpha+1}{\alpha}\sum_{i=1}^{n}\frac{1+\theta\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \end{Bmatrix}} \quad \ldots (7)$$

$$\frac{\partial\ lnL\ \ f(x_i,\alpha,\beta,\theta)}{\partial\beta} = -\frac{n\theta}{\beta}+\frac{(\alpha+1)\theta}{\beta}\ \sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}$$

$$Let\ \frac{\partial\ lnL\ \ f(x_i,\alpha,\beta,\theta)}{\partial\beta}\ =0$$

$$-\frac{n\theta}{\beta}+\frac{(\alpha+1)\theta}{\beta}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}=0$$

$$\hat{\beta}_{MLE} = \frac{n\theta}{\left(\frac{\alpha+1}{\beta}\right)\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}} \quad \dots (8)$$

$$\frac{\partial\, lnL\ f(x_i, \alpha,\beta,\theta)}{\partial\theta} = \frac{n}{\theta} - n\,ln\,\beta + \sum_{i=1}^{n} ln(x) - (\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta} ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}$$

$$Let\ \frac{\partial\, lnL\ f(x_i, \alpha,\beta,\theta)}{\partial\beta} = 0$$

$$\frac{n}{\theta} - n\,ln\,\beta + \sum_{i=1}^{n} ln(x) - (\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta} ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} = 0$$

$$\hat{\theta}_{MLE} = \frac{n}{\left\{\begin{matrix}\frac{n}{\theta} - n\,ln\,\beta + \sum_{i=1}^{n} ln(x) \\ -(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta} ln\left(\frac{x}{\beta}\right)}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\end{matrix}\right\}} \quad \dots (9)$$

طريقة تقدير العزوم الخطية (L −Moments estimation method) [8] [9] [10]

نقدر في هذه الطريقة معالم غير معروفة لتوزيع كابا ،هي توقعات لتراكيب خطية مرتبة احصائيا ، وتم اقتراح هذة الطريقة من لدن كل من (Hosting 1990) و(David and Nagaraj 2003) وان هذه الطريقة تعتمد الحصول على معادلات ناتجة عن تساوي B_r مع b_r. علما ان B_r هو التوقع لدالة C.D.F مرفوعة للاس (r) نسبة للدالة الاحتمالية لتوزيع كابا .وبعد الحصول على صيغة B_r تساوي صيغة العزوم الخطية b_r لغرض الحصول على مقدرات المعالم التي تكون نظام المعادلات مرتبة ومساوية لعدد معادلات المعالم في تقدير(α، θ، β) ويمكن الحصول على ذلك كما ياتي:

$$B_r = \int_0^{\infty} x \quad F^r(x)\, f(x)dx \quad \dots (10)$$

$$b_r = \frac{1}{nC_r^{n-1}}\sum_{i=1}^{n} C_r^{n-1} x(i) \quad \dots (11)$$

إذ أنها معرفة بالعينة المرتبة لقيم المشاهدات

$$x_1 \le x_2 \le x_3 \le \ \dots\dots\dots \le x_n$$

$$F^r(x) = \left[\left(\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}}{\alpha + \frac{x^{\alpha\theta}}{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \right]^r$$

$$f(x) = \frac{\alpha\theta}{\beta}\ (\frac{x}{\beta})^{\theta-1}\ \left(\alpha + (\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}\right)^{-(\frac{\alpha+1}{\alpha})}$$

$$B_r = \int_0^{\infty} x \quad F^r(x)\, f(x)\, dx$$

$$B_r = \int_0^{\infty} x\ (\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}{\alpha + \frac{x}{\beta}^{\alpha\theta}})^{\frac{r}{\alpha}}\ \frac{\alpha\theta}{\beta}\ (\frac{x}{\beta})^{\theta-1}\ \left(\alpha + (\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}\right)^{-(\frac{\alpha+1}{\alpha})}\ dx$$

Let u=$\frac{x}{\beta}$ $\Rightarrow x = u\beta \quad \Rightarrow dx = \beta dw$

$$= \int_0^{\infty} u\beta\ (\frac{u^{\alpha\theta}}{\alpha + u^{\alpha\theta}})^{\frac{r}{\alpha}}\ \frac{\alpha\theta}{\beta}\ (u)^{\theta-1}\ \left(\alpha + u^{\alpha\theta}\right)^{-(\frac{\alpha+1}{\alpha})}\ \beta\, du$$

$$= \beta\alpha\theta\ \int_0^{\infty}(u)^{\theta}\ (\frac{u^{\alpha\theta}}{\alpha+u^{\alpha\theta}})^{\frac{r}{\alpha}}\quad \left(\alpha + (u)^{\alpha\theta}\right)^{-(\frac{\alpha+1}{\alpha})}\ du$$

Let Z=$u^{\alpha\theta} \Rightarrow u = Z^{\frac{1}{\alpha\theta}} \quad \Rightarrow du = \frac{1}{\alpha\theta}\ Z^{\frac{1}{\alpha\theta}-1}dz$

$$= \beta \int_0^{\infty}(Z)^{\frac{1}{\alpha}}\ (\frac{Z}{\alpha + Z})^{\frac{r}{\alpha}}\quad (\alpha + Z)^{-(\frac{\alpha+1}{\alpha})}\quad Z^{\frac{1}{\alpha\theta}-1}dz$$

$$= \beta\ \alpha^{-\frac{1}{\alpha}-\frac{r}{\alpha}-1}\int_0^{\infty}(Z)^{\frac{1}{\alpha}+\frac{r}{\alpha}+\frac{1}{\theta\alpha}-1}\quad \left(1 + \frac{Z}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}-\frac{r}{\alpha}-1}\ dz$$

$Let = \frac{Z}{\alpha} \quad \Rightarrow Z = \alpha y \quad \Rightarrow dZ = \alpha\, dy$

$$= \beta\ \alpha^{-\frac{1}{\alpha}-\frac{r}{\alpha}-1}\int_0^{\infty}(\alpha y)^{\frac{1}{\alpha}+\frac{r}{\alpha}+\frac{1}{\theta\alpha}-1}\ (1 + y)^{-\frac{1}{\alpha}-\frac{r}{\alpha}-1}\ \alpha\, dy$$

$$= \beta\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}}\int_0^{\infty}(y)^{\frac{1}{\alpha}+\frac{r}{\alpha}+\frac{1}{\theta\alpha}-1}\ (1 + y)^{-\frac{1}{\alpha}-\frac{r}{\alpha}-1}\ dy$$

$$= \beta\ \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}}\int_0^{\infty}\frac{(y)^{\frac{1}{\alpha}+\frac{r}{\alpha}+\frac{1}{\theta\alpha}-1}}{(1 + y)^{\frac{1}{\alpha}+\frac{r}{\alpha}+1}}\ dy$$

وهذا يشابة الشكل الثاني لتوزيع بيتا: $B(\alpha\ \ \beta) = \int_0^{\infty}\frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}}dx = \frac{\Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$

وكما هو معلوم $\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$

فتتولد لدينا قيم($\alpha\ \ \beta$) كما يأتي :

$$\alpha = \frac{1}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{r}{\alpha}$$

$$\beta = \frac{1}{\alpha} + \frac{r}{\alpha} + 1 - \frac{1}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha} - \frac{r}{\alpha}$$

$$\beta = 1 - \frac{1}{\alpha\theta}$$

وان الناتج النهائي لقيمة B_r كما يأتي :

$$B_r = \beta \quad \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}} \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\theta\alpha} + \frac{1}{\alpha} + \frac{r}{\alpha}\right) \quad \Gamma(1 \ - \frac{1}{\alpha\theta})}{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + \frac{r}{\alpha} + 1\,)} \qquad \ldots (12)$$

عندما r=1:

$$B1 = \beta \quad \alpha^{\frac{1}{\alpha\vartheta}} \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\theta\alpha} + \frac{2}{\alpha}\right) \quad \Gamma\left(1 \ - \frac{1}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right)} \qquad \ldots (13\,)$$

عندما r=2:

$$B2 = \beta \quad \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}} \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\theta\alpha} + \frac{3}{\alpha}\right) \quad \Gamma(1 \ - \frac{1}{\alpha\theta})}{\Gamma(\frac{3}{\alpha} + 1\,)} \qquad \ldots (14)$$

عندما r=3:

$$B3 = \beta \quad \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}} \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\theta\alpha} + \frac{4}{\alpha}\right) \quad \Gamma(1 \ - \frac{1}{\alpha\theta})}{\Gamma(\frac{4}{\alpha} + 1\,)} \qquad \ldots (15)$$

وان قيمة br كما يلي:

$$b_r = \frac{1}{nC_r^{n-1}} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} C_r^{n-1} x(i)$$

عندما r=1 :

$$b_1 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} (i-1)x(i) \qquad \ldots (16)$$

عندما r=2 :

$$b_2 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} (i-1)(i-2)x(i) \qquad \ldots (17)$$

عندما r=3 :

$$b_3 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} (i-1)(i-2)(i-3)x(i) \qquad \ldots (18)$$

ولغرض الحصول على المقدرات ($\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\theta}$) وبعد تساوي المعادلات(16,١٣)و (17,١٤)و(18,١٥) هي معادلات ضمنية تحل بطريقة Simple – Iteration في برنامج matlap بمقدار خطا ($10^{-0.7}$) لاستخراج قيم المقدرات للمعلمات الثلاث (θ, β, α) و كما يأتي:

B1=b1

…(19)

B2=b2

…(20)

B3=b3

…(21)

٤.٥.٢ طريقة العزوم الكمية الخطية LQ– Moment method (8)(9)(10)

وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات الاتية:-

الدالة التجميعية لتوزيع كابا :

Cumulativ function for Kappa Distribution

$$F(x)=\left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}}{\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

الدالة الكمية لتوزيع لكابا :

Quantile function for Kappa Distribution

اشتقاق الدالة الكمية (Quantile function) ويكون من الدالة التجميعية (Cumulative function) كما يأتي:

$$F(x)= \left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}}{\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}}{\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}=(F(x))^{\alpha}$$

$$(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}=(\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta})(F(x))^{\alpha}$$

$$(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}=\left(F(x)\right)^{\alpha}\alpha+\left(F(x)\right)^{\alpha}(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}$$

$$(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}-\left(F(x)\right)^{\alpha}(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}=\left(F(x)\right)^{\alpha}\alpha$$

$$(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}(1-\left(F(x)\right)^{\alpha})=\left(F(x)\right)^{\alpha}\alpha$$

$$(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta} = \frac{\alpha\ (F(x))^{\alpha}}{1-(F(x))^{\alpha}}$$

$$(\frac{x}{\beta}) = (\frac{\alpha\ (F(x))^{\alpha}}{1-(F(x))^{\alpha}})^{\frac{1}{\alpha\,\theta}}$$

$$x = \beta(\frac{\alpha\ (F(x))^{\alpha}}{1-(F(x))^{\alpha}})^{\frac{1}{\alpha\,\theta}}$$

وهذه المعادلة المذكورة آنفاً هي الدالة الكمية (Quantile function)والتي بالامكان ان نشير لها كما يأتي:

$$Q(F) = \beta(\frac{\alpha\ (F(x))^{\alpha}}{1-(F(x))^{\alpha}})^{\frac{1}{\alpha\,\theta}} \qquad \dots(22)$$

وان (ε_r) لطريقة LQ– Moment عرفه (Hutson and Mudolkar عام ١٩٩٨)كما يأتي:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{r}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k \binom{r-1}{k} \tau_{p,m}(X_{r-k:r}),\ \ r = 1,2,\dots; \qquad \dots(23)$$

عندما

$$(0 \le m \le \frac{1}{2} \quad , \quad 0 \le p \le \frac{1}{2})$$

إذ

$$\tau_{p,m}(X_{r-k:r}) = pQ_{X_{r-k:r}}(m) + (1-2p)Q_{X_{r-k:r}}\left(\frac{1}{2}\right) + pQ_{X_{r-k:r}}(1-m) \qquad \dots(24)$$

$$= pQ\ [B_{r-k:r}^{-1}(m)] + (1-2p)Q\left[B_{r-k:r}^{-1}(\frac{1}{2})\right] + pQ\ [B_{r-k:r}^{-1}(1-m)] \qquad \dots(25)$$

وان المقدر $[B_{r-k:r}^{-1}(m)]$ هو المتغير الكمي العشوائي لبيتا بالمعلمتين (r–k) و (k–1) وان $Q(.)$ يشير الى العزم الكمي المقدر للمجتمع.وان اول اربع عزوم كمية لطريقة LQ– Moment للمجتمع تكون كما يأتي:

$$\varepsilon_{1=} \tau_{p,m}(X) \qquad \dots(26)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\left[\tau_{p,m}(X_{2:2}) - \tau_{p,m}(X_{1:2})\right] \qquad \dots(27)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3}\left[\tau_{p,m}(X_{3:3}) - 2\,\tau_{p,m}(X_{2:3}) + \tau_{p,m}(X_{1:3})\right] \qquad \dots(28)$$

$$\varepsilon_4 = \frac{1}{4}\left[\tau_{p,m}(X_{4:4}) - 3\,\tau_{p,m}(X_{3:4}) + 3\tau_{p,m}(X_{2:4}) + \tau_{p,m}(X_{1:4})\right](2.66)$$

LQ–Skeunes و LQ–Kurtosis للمجتمع يعرف كما يأتي :–

$$LQ - Skewnes = \eta_3 = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}$$

LQ−Kurtosis = $\eta_4 = \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_2}$

وان العزوم الكمية لعينة عشوائية حجمها n بحيث

$X_{1:n} \le X_{1:n} \le \cdots \le X_{n:n}$ فهي كما يأتي :

$$\hat{\varepsilon}_r = \frac{1}{r}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k \binom{r-1}{k} \hat{\tau}_{p,m}(X_{r-k:r}), \quad r = 1,2,\ldots \qquad \ldots (29)$$

إذ

$$\hat{\tau}_{p,m}(X_{r-k:r}) = p\widehat{Q}_{X_{r-k:r}}(m) + (1-2p)\widehat{Q}_{X_{r-k:r}}\left(\frac{1}{2}\right) + p\widehat{Q}_{X_{r-k:r}}(1-m)\,.(30)$$

$$= p\widehat{Q}\ [B^{-1}_{r-k:r}(m)] + (1-2p)\widehat{Q}\left[B^{-1}_{r-k:r}(\frac{1}{2})\right] + p\widehat{Q}[B^{-1}_{r-k:r}(1-m)]\ldots(31)$$

وان المقدر $[B^{-1}_{r-k:r}(m)]$ هو المتغير الكمي العشوائي لبيتا بالمعلمتين (r−k) و (k−1) وان $\widehat{Q}(u)$ يعرف للعينة بالشكل الاتي:

$$\widehat{Q}(u) = \sum_{i=1}^{n}\left[\int_{(i-1)/n}^{i/n} k_h[\ t-u]\right](X_{i:n})$$

$$\widehat{Q}(u) = \sum_{i=1}^{n}\left[(n)^{-1}k_h\left[\sum_{j=1}^{i} w_{j,n} - u\right]\right](X_{i:n}),$$

$$0 < u < \qquad \ldots(32)$$

عندما

$k_h(\cdot)=(\frac{1}{h}).(\frac{\cdot}{h})$

$$w_{i,n}=\begin{cases}\frac{1}{2}\langle 1-\left[\frac{n-2}{\sqrt{n(n-1)}}\right]\rangle, & i=1,n\\ \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}, & i=2,3,\ldots n-1\end{cases} \qquad \ldots(33)$$

K(t)=$(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{t^2}{2})$

h= $(\frac{uv}{n})^{\frac{1}{2}}$

v=1−u

وان اول اربع عزوم كمية لطريقة LQ− Moment للعينة تعرف كما يأتي:

$$\hat{\varepsilon}_1 = \hat{\tau}_{p,m}(X) \qquad \ldots(34)$$

$$\hat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2}\left[\hat{\tau}_{p,m}(X_{2:2}) - \hat{\tau}_{p,m}(X_{1:2})\right] \qquad \ldots(35)$$

$$\hat{\varepsilon}_4 \quad = \quad \hat{\varepsilon}_3 = \frac{1}{3}\left[\hat{\tau}_{p,m}(X_{3:3}) - 2\,\hat{\tau}_{p,m}(X_{2:3}) + \hat{\tau}_{p,m}(X_{1:3})\right] \qquad \dots(36)$$

$$\frac{1}{4}\left[\hat{\tau}_{p,m}(X_{4:4}) - 3\,\hat{\tau}_{p,m}(X_{3:4}) + 3\hat{\tau}_{p,m}(X_{2:4}) + \hat{\tau}_{p,m}(X_{1:4})\right] \qquad \dots(37)$$

LQ– Skeunes و LQ–Kurtosis للعينة يعرف كما يأتي :

$$LQ - Skewnes \ = \hat{\eta}_3 = \frac{\hat{\varepsilon}_3}{\hat{\varepsilon}_2}$$

$$\text{LQ–Kurtosis} = \hat{\eta}_4 = \frac{\hat{\varepsilon}_4}{\hat{\varepsilon}_2}$$

لغرض الحصول على المقدرات بطريقة LQ– Moment وبعد تساوي المعادلات (٢٦ – ٣٤) ،(٢٧– ٣٥) ،(٢٨ – ٣٦) ،($29 - 37$) ،هي معادلات ضمنية تحل بطريقة Simple –Iteration في برنامج matlap بمقدار خطا ($10^{-0.7}$) لاستخراج قيم المعلمات الثلاث نحصل على ما يأتي:

$$\varepsilon_1 = \hat{\varepsilon}_1 \qquad \dots(38)$$

$$\varepsilon_2 = \hat{\varepsilon}_2 \qquad \dots(39)$$

$$\varepsilon_3 = \hat{\varepsilon}_3 \qquad \dots(40)$$

الجانب التجريبي

المحاكاة: Simulation [1][5]

تعرف المحاكاة بأنها طريقة تحليلية عددية علمية . تستعمل فيها مناهج وأساليب رياضية منهجية . السبب في ذلك هو ايجاد صورة طبق الاصل من أي نموذج من دون الرجوع إلى أخذ ذلك النموذج الاصيل لكي ندرسه على طبيعته . لان بعض الدراسات تكلف مالاً ووقتاً وجهداً والبعض من هذه الدراسات لايمكن اجرائها اصلا لاستحالة تحمل التكاليف المادية والجهد والوقت . نحن بغنى عن كل ذلك لان اسلوب المحاكاة طور ليصل الى معرفة ودراسة حالات مهمة ومعقدة والتوصل الى نتائج دقيقة لها . من هذه الظواهر حالة الطقس إذ بالامكان استعمالة في دراسة هذه الحالة لقرون متعددة في عدد قليل من الساعات لأزمنة قديمة غابرة وايضا التنبؤ بما تكون عليه في المستقبل باستعمال حواسيب فائقة وبرامج محاكاة متطورة. وبالامكان دراسة مختلف الظواهر التي يمكن ان نعرف خصائصها وسلوكياتها. ان من اهم مميزات طريقة المحاكاة هو توليد بيانات للظاهرة المدروسة بحيث تكون قريبة من الحقيقة ، وهي تكون الاداة الافضل للخروج من المشاكل التي لا يمكن حلها رياضيا.إذ يستعمل في عمل المحاكاة حواسيب متطورة ويكتب فيها برامج متضنة عبارات منطقية ورياضية للحالة المدروسة ، لكي تجرى تكرارات لتجربة الحالة المدروسة لمئات المرات وحسب الحاجة .تكون النتائج قريبة من الواقع بشكل كبير. ويمكن ان نعرف المحاكاة ايضا بشكل متخصص على انها نموذج لتجربة احصائية (Statistical for experiment) فهي تختلف عن النماذج الرياضية،لان مخرجاتها في الغالب تكون على شكل مقاييس مختارة تعكس اداء النظام وتبين لنا سلوك الحالة المستقرة لامد طويل . واما مخرجات نموذج المحاكاة فتمثل بمشاهدات (Observations) . تكون عرضة لخطا التجربة الاحصائية لذلك لابد من اخضاع اي استدلال يخص اداء النظام الذي

تم محاكاته الى الاختبارات التحليل الاحصائية الملائمة . بذلك يكون هدفنا في المحاكاة عمل نسخة (Duplicate) من سلوك النظام تحت الفحص عن طريق دراستنا للتفاعلات بين مكونات النظام المدروس. وفي دراستنا هذه استعمال البرنامج الاحصائي (MATLAP R2012a) لتوليد البيانات العشوائية. كما استعماله طريقة المعكوس لتوليد البيانات.

وصف تجربة المحاكاة　Describe Simulation Experiment

تم تنفيذ تجربة المحاكاة باعتماد خمسة احجام للعينات (١٥٠,100,75,50,25) وتم تطبيق الصيغة رقم (٢.٣) في توليد البيانات الخاصة بالمتغيرات العشوائية التي تتبع نموذج كابا بثلاثة معالم ، بتوليد رقم عشوائي يتبع التوزيع المنتظم المستمر (Uniform Distribution) والمعرف على المدة (٠,١) عن طريقها يتم توليد الارقام العشوائية الخاصة بتوزيع كابا عن طريق استعمال دالة التوزيع التراكمية (C.D.F) التي تصف نموذج ثم تحويل العدد العشوائي المنتظم للحصول على المتغير العشوائي الذي يصف نموذج بستعمال معكوس الدالة التجميعية فاذا كانت لدينا الدالة التجميعية الاتية :

$$F(x)=\left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\alpha\,\theta}}{\alpha+(\frac{x}{\beta})^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

يكون المعكوس ناتجا عنها كما يأتي :

$$x(F)=\beta\left[\frac{\alpha\ \left(F(x)\right)^{\alpha}}{1-\left(F(x)\right)^{\alpha}}\right]^{\frac{1}{\alpha\,\theta}}$$

إذ افترض برنامج ماتلاب (MATLAP R2012a) ان المعكوس يكون لمتغير عشوائي . تم تكررت التجربة (١٠٠) وكانت الحالات (**Cases**) العشر التي اعتمدناها عشوائيا وتم استعمالها في التعويض النهائي في برنامج المحاكاة لكي تولد النتائج النهائية كجداول وان كل حالة (**Case**) واحدة يتم تعويضها في البرنامج في قيم المعلمات تُولد لنا أربع جداول، الجدول الاول يوضح نتائج تقدير المعلمات الثلاث للطرائق الخمس مع (Mean Squared Erro) (MSE) عند حجوم العينات (150,100,75,50,25) ، الجدول الثاني يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث للطرائق الخمس مع (MAPE) (Mean Absolut Proportional Erro**r**) عند حجوم العينات نفسها ،الجدول الثالث يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث المقدرة للطرائق الخمس للانموذج العام . الجدول الرابع يبين نتائج المقارنة بين الطرق في تقدير النموذج العام باستعمال معياريّ متوسط مربعات الخطا (Mean Squared Error) ومعيار(Kolmogorov–Smirnov) بافتراض قيم اولية لمعالم توزيع كابا لعشر (١٠) حالات (Cases) الاتية:

جدول (١)

يبين القيم الافتراضية لمعلمات التوزيعات الموظفة في التقدير

Cases	α	β	θ
١	٢	٢	٣
٢	٢	١	٢
٣	٣	٢	٤
٤	٢	٣	١.٥

تمت مقارنة النتائج بستعمال المقياسين الاتيين:

• متوسط مربعات الخطاء(Mean Squared Error) [4]

$$MSE(\hat{\alpha}) = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{r} (\hat{\alpha}_i - \alpha)^2 \qquad \dots(41)$$

• متوسط مربعات الخطاء النسبي المطلق (Mean Absolut Proportional Error) [4]

$$MAPE(\hat{\alpha}) = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{r} \left|\frac{(\hat{\alpha}_i - \alpha)}{a}\right| \qquad \dots(42)$$

R تمثل عدد التكرارات (Replication) لكل تجربة والتي تساوي ١٠٠ مرة ، وتم الحصول على نتائج المحاكاة بستعمال برنامج (MATLAP R2012a).

تحليل نتائج تجربة المحاكاة (Analysis of Simulation Result)

تم تحليل نتائج المحاكاة للطرائق الاتية كما ياتي:

١- طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood (MLE)

٢- طريقة العزوم الخطية Method of L-Moments (L-moment)

٣- طريقة العزوم الكمية الخطية Method of LQ-Moments (Lq-moment)

R تمثل عدد التكرارات (Replication) لكل تجربة والتي تساوي ١٠٠ مرة ، وتم الحصول على نتائج المحاكاة بستعمال برنامج (MATLAP R2012a) تمت مقارنة طرائق التقدير الثلاثة والخاصة بمعلمات للانموذج وكما يأتي:

جدول (٢)

يبين متوسط مربعات الخطا MSE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاثة عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 2, \theta = 3)$

sample size	parameters	mle		l-moment		lq-moment	Best
25	α	16.07963		0.529757		0.003465	LQM
	β	0.067802		0.041868		0.003625	LQM
	θ	8.710984		1.599895		0.003428	LQM
50	α	1.174903		0.106067		0.003162	LQM
	β	0.030041		0.056808		0.003216	LQM
	θ	2.77095		0.653423		0.003362	LQM
75	α	1.300522		0.077365		0.002995	LQM
	β	0.0204		0.170882		0.003067	LQM
	θ	1.066103		2.651926		0.003036	LQM

جدول (٣)

يبين متوسط مربعات الخطا النسبي MAPE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاثة عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 2, \theta = 3)$

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment	Best
25	α	0.91417	0.151798	0.025498	LQM
	β	0.105201	0.042445	0.02675	LQM
	θ	0.500105	0.151484	0.016852	LQM
50	α	0.406538	0.065373	0.023424	LQM
	β	0.068407	0.04794	0.024219	LQM
	θ	0.351504	0.112226	0.01668	LQM

75	α	0.398474	0.0507	0.023726	LQM
	β	0.057046	0.092155	0.024318	LQM
	θ	0.244283	0.268947	0.015932	LQM

جدول (٤)

يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث المقدرة للطرائق الثلاثة عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية$(\alpha = 2\ ,\beta = 2, \theta = 3)$

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment
25	α	3.050797	2.274113	2.050996
	β	2.020686	2.059046	2.0535
	θ	4.027211	3.453842	3.050556
50	α	2.046792	2.100025	2.046849
	β	1.97845	2.075762	2.048438
	θ	3.691166	3.336598	3.050041
75	α	2.221951	2.067074	2.047453
	β	2.010041	2.165315	2.048636
	θ	3.263104	3.806842	3.047795

جدول (٥)

يبين نتائج المقارنة بين الطرائق في تقدير للانموذج العام باستعمال معياري Mean Squared Error و Kolmogorov-Smirnovعند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية عند $(\alpha = 2, \beta = 2, \theta = 3)$

sample size		mle	l-moment	lq-moment	Best
25	MSE	0.016648	0.016266	0.000607	LQM
	KS	0.093694	0.189563	0.159487	MLE

50	MSE	0.008235	0.010077	0.000553	LQM
	KS	0.07111	0.160903	0.130381	MLE
75	MSE	0.00376	0.031101	0.000533	LQM
	KS	0.058648	0.186765	0.098151	MLE

عند (Case) رقم (١)

يتضح من الجدولين {(٢)،(٣)} ان مجموعة القيم الأولية التي كانت $(\alpha = 2,\ \beta = 2, \theta = 3)$ ، وذلك لإيجاد افضل مقدرللمعالم الثلاثة عن طريق مقياس متوسط مربع الخطأ (MSE) و مقياس متوسط مربع الخطأ (MAPE)ولأحجام مختلفة من العينات وعند استعمال طرائق مختلفة وكما يأتي:

- عند حجم (n= ٢٥)

اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ MSE($\hat{\alpha}$) = 0.003465، MSE($\hat{\beta}$) = 0.003625، MSE($\hat{\theta}$)=.003428.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي MAPE($\hat{\alpha}$) =0.025498 ،

MAPE($\hat{\beta}$) = 0.02675،MAPE($\hat{\theta}$)= 0.016852.

- عند حجم(n=٥٠)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعالم (θ, α, β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ MSE($\hat{\alpha}$) = 0.003162، MSE($\hat{\beta}$) = 0.003216، MSE($\hat{\theta}$)=0.003362.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي MAPE($\hat{\alpha}$) = 0.023424 ، MAPE($\hat{\beta}$) = 0.024219، MAPE($\hat{\theta}$)=0.01668.

- عند حجم(n=٧٥)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (θ, α, β) عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي MSE($\hat{\alpha}$) = 0.002995 ، MSE($\hat{\beta}$) = 0.003067، في حين كانت طريقة (LBM) متفوقة على بقية الطرائق عند المعلمة (θ)عند مقياس متوسط مربع الخطأ MSE($\hat{\theta}$)=0.002906.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي MAPE($\hat{\alpha}$) = 0.023726 ، MAPE($\hat{\beta}$) = 0.024318 ،MAPE($\hat{\theta}$)=0.015932.

• يتضح من الجدولين {(4),(٥)} ان افضل طريقة لتقدير النموذج العام للتوزيع هي طريقة (LQM) عند معيار متوسط مربعات الخطا (MSE) والذي كانت قيمته

(MSE=0.000533) إذ كانت قيم المعالم الثلاثة عند استعمال معيار (MSE) وطريقة (LQM) هي ($\hat{\alpha}$=2.047453) , ($\hat{\beta}$= 2.048636) , ($\hat{\theta}$=3.047795) .

وطريقة (MLE) هي المتفوقة عند استعمال معيار (Kolmogorov–Smirnov) والذي كانت قيمتة KS (=0.058648) عند حجم عينة ٧٥.

جدول (٦)

يبين متوسط مربعات الخطا MSE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاثة عند حجوم العينات (25,50,75)ولمجموعة القيم الاولية ($\alpha = 2,\ \beta = 1, \theta = 2$).

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment	Best
25	α	1.00965	0.093966	0.002686	LQM
	β	6.09114	0.006697	0.00411	LQM
	θ	6.177006	0.180331	0.003366	LQM
50	α	1.091158	0.045592	0.003212	LQM
	β	0.009924	0.025409	0.002882	LQM
	θ	2.310687	0.644582	0.002868	LQM
75	α	1.017944	0.07435	0.002346	LQM
	β	0.010538	0.002661	0.003374	LM
	θ	0.23127	0.270417	0.002816	LQM

جدول (٧)

يبين متوسط مربعات الخطا النسبي MAPE لتقديرات المعالم للطرائق الخمس عند حجوم العينات (25,50,75)ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 1, \theta = 2)$

sample size	Parameters	mle	l-moment	lq-moment	Best
25	α	2.574459	0.057478	0.021397	LQM
	β	7.153539	0.036663	0.057177	LM
	θ	0.672983	0.110495	0.02406	LQM
50	α	0.403203	0.039014	0.025574	LQM
	β	0.079753	0.072819	0.047115	LQM
	θ	0.366683	0.244069	0.022954	LQM
75	α	0.38111	0.042013	0.01957	LQM
	β	0.082601	0.031124	0.051865	LM
	θ	0.184026	0.15706	0.022628	LQM

جدول (٨)

يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث المقدرة للطرائق الخمس عند حجوم العينات (25,50,75) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 1, \theta = 2)$

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment
25	α	6.266391	2.080111	2.042794
	β	8.003412	1.027891	1.057177
	θ	2.811619	2.218796	2.04812
50	α	2.103629	2.036409	2.051149
	β	1.010712	1.068808	1.047115
	θ	2.527862	2.488138	2.045907

75	α	2.320563	2.04857	2.039139
	β	1.020301	1.025305	1.051865
	θ	2.059643	2.31412	2.045256

جدول (٩)

يبين نتائج المقارنة بين الطرائق في تقدير النموذج العام باستعمال معياري Mean Squared Error و Kolmogorov-Smirnovعند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية عند $(\alpha = 2, \beta = 1, \theta = 2)$

sample size		mle	l-moment	lq-moment	Best
25	MSE	0.053495	0.0122	0.002661	LQM
	KS	0.143918	0.183117	0.180232	mle
50	MSE	0.010439	0.033572	0.001878	LQM
	KS	0.071108	0.161868	0.11129	MLE
75	MSE	0.00692	0.013681	0.002177	LQM
	KS	0.059662	0.115349	0.099134	MLE

عند (Case) رقم (٢)

يتضح من الجدولين {(٦) ، (٧)} ان مجموعة القيم الأولية التي كانت $(\alpha = 2,\ \beta = 1, \theta = 2)$ ، وذلك لإيجاد افضل مقدرللمعالم الثلاث عن طريق مقياس متوسط مربع الخطأ (MSE) و مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي (MAPE)ولأحجام مختلفة من العينات وعند استعمال طرائق مختلفة وكما يأتي:

- عند حجم (n= ٢٥)

اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاث كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ $(\hat{\alpha})$ = 0.002686 MSE، MSE$(\hat{\beta})$ = 0.00411، MSE$(\hat{\theta})$=0.003366.

وكما اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي 0.021397 = MAPE$(\hat{\alpha})$ ، MAPE$(\hat{\theta})$ = 0.02406، في حين كانت طريقة (LM) متفوقة على بقية الطرائق عند المعلمة (β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي 0.036663 =MAPE$(\hat{\beta})$.

• عند حجم (n= ٥٠)

اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ 0.003212 = ($\hat{\alpha}$) MSE، 0.002882 = ($\hat{\beta}$)MSE، 0.002868=($\hat{\theta}$)MSE.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي 0.025574 = ($\hat{\alpha}$)MAPE ، 0.047115 = ($\hat{\beta}$)MAPE، 0.022954=($\hat{\theta}$)MAPE.

• عند حجم (n=٧٥)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي 0.002346 = ($\hat{\alpha}$) MSE، 0.002816 = ($\hat{\theta}$)MSE، في حين كانت طريقة (LM) متفوقة على بقية الطرائق عند المعلمة (β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ 0.002661 =($\hat{\beta}$)MSE.

كما اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي 0.01957 = ($\hat{\alpha}$)MAPE ، 0.022628 = ($\hat{\theta}$)MAPE، في حين كانت طريقة (LM) متفوقة على بقية الطرائق عند المعلمة (β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي 0.031124 =($\hat{\beta}$)MAPE.

• يتضح من الجدولين {(٨),(٩)} ان افضل طريقة لتقدير للانموذج العام للتوزيع هي طريقة (LQM) عند معيار متوسط مربعات الخطا (MSE) والذي كانت قيمتة (MSE=0.001878) حيث كانت قيم المعالم الثلاثة عند استعمال معيار (MSE) وطريقة (LQM) هي ($\hat{\alpha}$= 2.051149) , ($\hat{\beta}$= 1.047115) , ($\hat{\theta}$=2.045907) .

وطريقة (MLE) هي المتفوقة عند استعمال معيار (Kolmogorov−Smirnov) والذي كانت قيمتة KS (=0.071108) عند حجم عينة ٥٠.

جدول (10)

يبين متوسط مربعات الخطا MSE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاث عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 3,\ \beta = 2, \theta = 4)$

sample size	parameters	Mle	l−moment	lq−moment	Best
25	α	36.12201	0.298365	0.002705	LQM
	β	0.023556	0.140574	0.004256	LQM
	θ	6.035389	9.858567	0.003647	LQM
50	α	7.81774	0.082978	0.003629	LQM
	β	0.01338	0.072994	0.003503	LQM
	θ	0.723686	3.374119	0.00281	LQM
75	α	4.155936	0.15299	0.002551	LQM
	β	0.010216	0.123351	0.002612	LQM
	θ	0.570227	5.287474	0.002286	LQM

جدول (11)

يبين متوسط مربعات الخطا النسبي MAPE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاث عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 3,\ \beta = 2, \theta = 4)$

sample size	parameters	Mle	l−moment	lq−moment	Best
25	α	1.011135	0.084478	0.014589	LQM
	β	0.060019	0.086185	0.028668	LQM
	θ	0.427174	0.355532	0.013772	LQM
50	α	0.562373	0.053515	0.017623	LQM
	β	0.046684	0.053175	0.026618	LQM

	θ	0.159662	0.189168	0.011412	LQM
75	α	0.381621	0.0538	0.014989	LQM
	β	0.038136	0.070353	0.021681	LQM
	θ	0.161368	0.276102	0.010096	LQM

جدول (12)

يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث المقدرة للطرائق الثلاث عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 3,\ \beta = 2, \theta = 4)$

sample size	parameters	mle	l–moment	lq–moment
25	α	4.713379	3.2081	3.043766
	β	2.014055	2.147578	2.057336
	θ	5.167848	5.421336	4.055088
50	α	3.990312	3.123369	3.05287
	β	2.009257	2.079148	2.053235
	θ	4.21911	4.756672	4.045647
75	α	3.398202	3.121962	3.044967
	β	2.000918	2.111491	2.043361
	θ	4.107923	5.104409	4.040383

جدول (13)

يبين نتائج المقارنة بين الطرائق في تقدير للانموذج كاملا باستعمال معياري Mean Squared Error و Kolmogorov–Smirnov عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 3,\ \beta = 2, \theta = 4)$

sample size		mle	l-moment	lq-moment	Best
25	*MSE*	0.04294	0.10894	0.004194	LQM
	KS	0.100843	0.275171	0.165726	MLE
50	*MSE*	0.019507	0.046824	0.003417	LQM
	KS	0.072802	0.193461	0.134686	MLE
75	*MSE*	0.009527	0.069951	0.002523	LQM
	KS	0.059743	0.194866	0.106768	MLE

عند (Case) رقم (٣)

يتضح من الجدولين {(١٠) ، (١١)} ان مجموعة القيم الأولية التي كانت $(\alpha = 3,\ \beta = 2, \theta = 4)$ ، وذلك لإيجاد افضل مقدرللمعالم الثلاثة عن طريق مقياس متوسط مربع الخطأ (MSE) و مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي (MAPE)ولأحجام مختلفة من العينات وعند استخدام طرق مختلفة وكما يأتي:

- عند حجم (n=٢٥)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعالم (β, α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي MSE $(\hat{\alpha})$= 0.000136، MSE$(\hat{\theta})$ =0.003647، MSE$(\hat{\beta})$= 0.004256.

كما اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعالم (β, α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي MAPE$(\hat{\alpha})$ = 0.014589 ، MAPE$(\hat{\theta})$ = 0.013772 ،MAPE$(\hat{\beta})$=٠.028668.

- عند حجم (n=٥٠)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (β, α, θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي MSE$(\hat{\alpha})$ = 0.003629 ، MSE$(\hat{\theta})$ = 0.00281 MSE$(\hat{\beta})$= 0.003503.

كما اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (β,α,θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي MAPE($\hat{\alpha}$) =0.017623 ، MAPE($\hat{\theta}$) = 0.011412 ،MAPE($\hat{\beta}$)=0.026618.

- عند حجم (n=٧٥)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (β,α,θ)عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي MSE($\hat{\alpha}$) = 0.002551 ،MSE($\hat{\theta}$) = 0.002286 ،MSE($\hat{\beta}$)= 0.002612.

كما اتضح ان طريقة (LQM)متفوقة عند المعلمتين (β,α,θ)عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي MAPE($\hat{\alpha}$) =0.014989 ، MAPE($\hat{\theta}$) = 0.010096 MAPE($\hat{\beta}$)=0.021681.

- يتضح من الجدولين {(١٢),(١٣)} ان افضل طريقة لتقدير للالنموذج العام للتوزيع هي طريقة (LQM) عند معيار متوسط مربعات الخطا (MSE) والذي كانت قيمتة (MSE=0.002523) إذ كانت قيم المعالم الثلاثة عند استعمال معيار (MSE) وطريقة (LQM) هي ($\hat{\alpha}$= 3.044967) , ($\hat{\beta}$= 2.043361) , ($\hat{\theta}$=4.040383) .

وطريقة (MLE) هي المتفوقة عند استعمال معيار (Kolmogorov–Smirnov) والذي كانت قيمته (KS =0.106768) عند حجم عينة ٧٥.

جدول (١٤)

يبين متوسط مربعات الخطا MSE لتقديرات المعالم للطرائق الخمس عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 3, \theta = 1.5)$

جدول (١٥-٣)

sample size	Parameters	mle	l-moment	lq-moment	Best
25	α	92.4744	0.888408	0.003579	LQM
	β	0.561477	0.006483	0.002748	LQM
	θ	7.234484	0.015002	0.003864	LQM
50	α	0.949282	0.303961	0.002766	LQM
	β	0.270265	0.016116	0.002933	LQM
	θ	0.223321	0.032419	0.004074	LQM
75	α	1.335137	0.008842	0.003347	LQM
	β	0.237595	0.002164	0.003201	LM
	θ	0.189715	0.027066	0.003217	LQM

جدول (١٥)

يبين متوسط مربعات الخطا النسبي MAPE لتقديرات المعالم للطرائق الثلاث عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية($\alpha = 2,\ \beta = 3, \theta = 1.5$)

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment	Best
25	α	1.682272	0.194102	0.026136	LQM
	β	0.189011	0.016381	0.015326	LQM
	θ	0.60356	0.059621	0.0377	LQM
50	α	0.394287	0.091975	0.021467	LQM
	β	0.137857	0.023302	0.014772	LQM
	θ	0.231786	0.077381	0.037029	LQM
75	α	0.428614	0.024534	0.023844	LQM
	β	0.129613	0.01351	0.016493	LM
	θ	0.219731	0.086832	0.032293	LQM

جدول (١٦)

يبين نتائج تقدير المعلمات الثلاث المقدرة للطرائق الثلاث عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية ($\alpha = 2,\ \beta = 3, \theta = 1.5$)

sample size	parameters	mle	l-moment	lq-moment
25	α	4.708946	2.355724	2.052272
	β	3.136799	3.015605	3.045978
	θ	2.101444	1.589432	1.55655
50	α	2.235864	2.14635	2.042558
	β	3.065558	3.047105	3.045742
	θ	1.656562	1.616072	1.545402

75	α	2.280108	2.020957	2.047689
	β	2.991742	3.014083	3.04948
	θ	1.648573	1.630143	1.54844

جدول (١٧)

يبين نتائج المقارنة بين الطرائق في تقدير للانموذج كاملا باستعمال معياري Mean Squared Error و Kolmogorov–Smirnov عند حجوم العينات (75,50,25) ولمجموعة القيم الاولية $(\alpha = 2,\ \beta = 3, \theta = 1.5)$

عند (Case) رقم (٤)

sample size		mle	l-moment	lq-moment	Best
25	MSE	0.002767	0.000458	6.37E-05	LQM
	KS	0.098322	0.155614	0.155718	MLE
50	MSE	0.001136	0.000413	4.55E-05	LQM
	KS	0.042384	0.124994	0.125521	MLE
75	MSE	0.000905	0.000232	5.18E-05	LQM
	KS	0.057314	0.104968	0.100448	MLE

عند (Case) رقم (٤)

يتضح من الجدولين {(١٤) ، (١٥)} ان مجموعة القيم الأولية التي كانت $(\alpha = 2,\ \beta = 3, \theta = 1.5)$ ، وذلك لإيجاد افضل مقدرللمعالم الثلاثة عن طريق مقياس متوسط مربع الخطأ (MSE) و مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي (MAPE)ولأحجام مختلفة من العينات وعند استتعمال طرائق مختلفة وكما يأتي:

- عند حجم (n= ٢٥)

اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ $(\hat{\alpha})$ = 0.003579 MSE، MSE$(\hat{\beta})$ = 0.002748، MSE$(\hat{\theta})$=0.003864.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع النسبي الخطأ 0.026136 = MAPE$(\hat{\alpha})$ ، MAPE$(\hat{\beta})$ = 0.015326، MAPE$(\hat{\theta})$=0.0377.

• عند حجم (n= ٥٠)

اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ 0.002766 = ($\hat{\alpha}$) MSE، MSE($\hat{\beta}$) = 0.002933، MSE($\hat{\theta}$)=0.004074.

كما اتضح ان طريقة (LQM) للمعالم الثلاثة كانت هي الافضل عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي 0.021467 = MAPE($\hat{\alpha}$) ، MAPE($\hat{\beta}$) = 0.014772، MAPE($\hat{\theta}$)=0.037029.

• عند حجم (n=٧٥)

اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (α,θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ هي 0.003347 = ($\hat{\alpha}$) MSE، MSE($\hat{\theta}$) = 0.003217، في حين كانت طريقة (LM) متفوقة على بقية الطرق عند المعلمة (β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ 0.002164=($\hat{\beta}$)MSE.

كما اتضح ان طريقة (LQM) متفوقة عند المعلمتين (α,θ) عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي هي 0.023844 = MAPE($\hat{\alpha}$) ، MAPE($\hat{\theta}$) = 0.032293، في حين كانت طريقة (LM) متفوقة على بقية الطرائق عند المعلمة (β)عند مقياس متوسط مربع الخطأ النسبي 0.01351=($\hat{\beta}$)MAPE.

• يتضح من الجدولين {(١٦),(١٧)} ان افضل طريقة لتقدير للانموذج العام للتوزيع هي طريقة (LQM) عند معيار متوسط مربعات الخطا (MSE) والذي كانت قيمته (MSE=4.55E−05) حيث كانت قيم المعالم الثلاثة عند استعمال معيار (MSE) وطريقة (LQM) هي ($\hat{\alpha}$ = 2.042558) , ($\hat{\beta}$ = 3.045742) , ($\hat{\theta}$=1.545402) .

وطريقة (MLE) هي المتفوقة عند استعمال معيار (Kolmogorov−Smirnov) والذي كانت قيمتة KS (=0.042384) عند حجم عينة ٥٠.

جدول (١٨)

يوضح القيم الافتراضية و افضل القيم التقديرية لمعالم الانموذج العام

Cases	القيم الافتراضية للمعالم			القيم التقديرية للمعالم		
	α	β	θ	α	β	θ
1	2	2	3	2.047453	2.048636	3.047795
2	2	1	2	2.051149	1.047115	2.045907
3	3	2	4	3.044967	2.043361	4.040383
4	2	3	1.5	2.042558	3.045742	1.545402

الجانب التطبيقي

نظرا لما تمثلة الامطار من اهمية في حياة الفرد والمجتمع وفي واقع الزراعة والغطاء النباتي وغيرها . لذا ارتأى الباحث ان يدرس هذه الظاهرة دون غيرها من الظواهر الاخرى التي تدرسها صيغة التوزيع محل الدراسة،والتي تتلائم مع هكذا نوع من الدراسات لذا سوف نسلط الضوء على واقع كميات مياه الامطار الساقطة لمحطة ارصاد بغداد ولبيانات حقيقية لكي نقدر معالم دالة نموذج كابا ذي الثلاث معالم .

بيانات التجربة

تم اختيار بيانات تمثل كميات مياه الامطار لمحطة ارصاد محافظة بغداد وكانت البيانات لحجم عينة (٥٠) مشاهدة للمدة من (١٩٦٦– ٢٠١٥) والتي تم الحصول عليها من الجهاز المركزي للاحصاء ، وعتمد على برنامج (Matlab b2012a) في عمل الجانب التطبيقي والجدول آلاتي يوضح البيانات الحقيقية .

جدول (١٩)

الجدول آلاتي يمثل كميات الامطار للمحطة الارصادية لمحافظة بغداد وكما يأتي:

السنة	محطة محافظة بغداد	السنة	محطة محافظة بغداد	السنة	محطة محافظة بغداد	السنة	محطة محافظة بغداد	السنة	محطة محافظة بغداد
1966	129.6	197٦	111.5	1986	158	1996	98	2006	162.3
1967	130.4	197٧	139.7	1987	52.9	1997	113.8	2007	99.2
1968	255.9	197٨	110.1	1988	182.9	1998	115.8	2008	59.1
1969	119.6	197٩	78	1989	145.6	1999	126.2	2009	67.5
1970	126.9	1980	138.9	1990	123.8	2000	142.1	2010	92.5

1971	187	1981	109.9	1991	89.4	2001	82.1	2011	96
1972	191.2	1982	160.7	1992	88.1	2002	96.5	2012	184.4
1973	97.1	1983	57.8	1993	192.5	2003	176.8	2013	296.7
1974	284.1	1984	118.1	1994	152.9	2004	78.9	2014	107.5
1975	192.7	1985	90.8	1995	96.7	2005	108.2	2015	192

اختبار حسن المطابقة Goodness of fit

لغرض معرفة ان البيانات المتعلقة بالمدة من (١٩٦٦–٢٠١٥) انها تتبع توزيع كابا ذي الثلاث (α,β,θ) معالم لذا تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit)والذي تضمن اختبارين وهما كما يأتي :

(Kolmogorov–Smirnov)

D = Max |F1(x) − F2(x)| ... (45)

إذ:

F1(X)هي التوزيع التكراري للمتجمع cummulative frequency distribution للعينة الأولى عند قيمة x.

F2(X)هي التوزيع التكراري للمتجمع cummulative frequency distribution للعينة الثانية عند قيمةx.

||هي عملية القيمة المطلقة.

(Chi–Square)

$$x^2 = \sum \frac{(O_i-E_i)^2}{E_i} \quad ... (46)$$

O_i : مشاهدات التكرارات للبيانات .

E_i: التكرارات المتوقعة

وبحسب الفرضية الاتية :

H_0 : $X \nsim Kappa$

H_1: $X \sim Kappa$

بعدما تبويب البيانات في جدول تكراري واجراء اختبار حسن المطابقة وعند استعمال الاختبارين المذكورين انفاً ، والجدول الاتي يوضح قيم احصاءات العينة للقيم الحقيقية وكما يأتي:

جدول (٢٠)

يبين احصائات العينة لمحافظة بغداد

Mean	١٣٢.168
Median	118.8500
Mode	52.90
Variance	2878.003
Skewness	1.160309
Kurtosis	4.38231
Range	243.80
Minimum	52.90
Maximum	296.70

جدول (٢١)

يبين نتائج تقدير المعالم الثلاثة للبيانات الحقيقية عند افضل طريقتين باستعمال معياري (Goodness of fit) لمحافظة بغداد

Methods	parameters			Chi2		KS
				static	P-value	
	α	β	θ			
MLE	1.985024	٣.042838	1.454585	1.79752	0.00532	0.772936
LQM	2.724799	٢.851117	3.477186	1.17607	0.00515	0.882023

يظهر الجدول (٢١) النتائج التي تم الحصول عليها للبيانات الحقيقية

1- عن طريق الجدول المذكور وجد ان قيم المعلمات المحسوبة بطريقة(MLE) هي $\hat{\alpha} = 0.732798$، $\hat{\beta} = 118.1095$, $\hat{\theta} = 5.686299$ وكانت قيم المعلمات المحسوبة بطريقة (LQM) هي $\hat{\alpha} = 0.724799$، , $\hat{\beta} = 118.1117$, $\hat{\theta} = 5.477186$وان نتائج الطريقتين متقاربة من بعض الى حد كبير .

2- تظهر نتائج الاختبار، بحسب ما التوصلنا اليه رفض فرضية العدمH_0، اي ان البيانات الحقيقية تتبع توزيع كابا .

إذ كانت قيمة (مربع كأيx^2) عندما كان مستوى المعنوية (٠.٠١) اكبر من القيمة الاحتمالية P – (value) = 0.00532 عند طريقة MLE لذا نرفض H_0.

وكانت قيمة (مربع كأيx^2) عند مستوى المعنوية (٠.٠١) اكبر من القيمة الاحتمالية P – (value = 0.00515) عند طريقة LQM لذا نرفض H_0.

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات: (Conclusions)

عن طريق النتائج التي تم التوصل اليها في الجانبين التجريبي والتطبيقي توصل الباحثان الى الاستنتاجات الاتية:

١- وجد أن أفضل التقديرات لمعالم توزيع كابا كانت عند طريقة العزوم الكمية الخطيةMethod of LQ-Moments عند حجم عينة (٥٠) وكانت القيمة التقديرية متوافقة مع القيم الافتراضية.

٢- كانت طريقة العزوم الكمية الخطية LQ-Moment و طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood تتفوقان على جميع الطرائق الاخرى في جانب المحاكاة (Simulation) لذا استعملهما الباحثان في التقدير في الجانب التطبيقي ومن نتائج الجانب التطبيقي، تبين بان تقديرات معلمتي الشكل (θ, α) ومعلمة القياس (β) كانت قريبة من القيمة الافتراضية في الجانب التجريبي .

٣- تبين في الجانب التطبيقي ان القيم التقديرية للمعالم (α, β, θ) متقاربة جدا مع القيم الافتراضية وكما في الجدول (١٨).

٤- عن طريق اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) و عند مقارنة قيمة (P-value) لمعيار (Chi2) مع (١.٠٠) في الجانب التطبيقي لاحظ الباحثان ان البيانات في محطة ارصاد محافظة بغداد تسلك وفق الفرضية البديلة ($H_1: X \sim Kappa$) اي تتوزع توزيع كابا .

التوصيات (Recommendations)

في ضوء ما توصل اليه الباحثان في هذه البحث من استنتاجات نوصي بالاتي :

1- توسيع نطاق البحث لكي يتضمن الصيغ الست الاخرى لتوزيع كابا ، لما لذلك من اهمية في دراسة الظواهر التي تكون من الاهمية بمكان التطرق لها، لما لذلك من دور في التقدم العلمي في مجال الفضاء وفي الجانب الحياتي على حد سواء.

2- استعمال طرائق اخرى للتقدير، غير التي اعتمدها الباحثان مثل LH- Moment وطريقة TL-Moment والطرائق البيزية وغيرها لمعرفة مدى الدقة لتلك الطرائق.

3- صيغة توزيع كابا التي استعملناها في هذه الدراسة لاينصح الباحثان بستعمالها في دراسة ظاهرة تساقط الامطار للمناطق ذات الامطار الغزيرة .

المصادر

١- احمد ، سهاد ،(2016) ، استعمال اشجار الانحدار التصنيفية والانحدار اللوجستي في تقدير أنموذج تجميعي والمقارنة بينهما مع تطبيق عملي، أطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء ، جامعة بغداد.

٢- الشمري، نجاة عبد الجبا رجب (٢٠٠٨)، استخدام المحاكات في مقارنة مقدرات التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع ويبل لبيانات المراقبة ، اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والقتصاد – جامعة بغداد .

٣- القريشي ، احسان كاضم شريف (٢٠٠١) ، الطرائق الامعلمية في تقدير دالة المعولية ، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.

٤- نصر الله ، مهدي وهاب. (٢٠١٥) ، بناء نموذج احتمالي موزون مع تطبيق عملي ، اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.

٥- يتوما، حارث سليم زيا ، (٢٠١١)، تقدير معلمة الشكل ودالة المعولية لتوزيع Burr Type-XII بستعمال بيانات مراقبة تدريجية من ثاني مع تطبيق عملي ،رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.

6- Hosting, J.R.M, (1996), Some theoritical results concerning L-moments , RC 14492 (64907) 3/22/89.

7- Teimouri, Mahdi and Gupta, Arjun k.(2013), On The Three parameter Weibull Distribution Shape parameter Estimation ,Journal of Data Scienece, Vol .11,pp. 403-414.

8-SHABRI, ANI, (2007), LQ-Moments for statistical analysis of Extreme Events , Journal of Modren Applied statistical Methods , Volume 6 , Issue 1 , artical 21, pp. 228-238.

9-SHABRI, ANI; JEMAIN , ABDUL AZIZ, (2006), LQ-Moments: Application to the Log-Normal distrubtion , Journal of Mathematics and statistics 2(3): 414-421.

10-SHABRI, ANI; JEMAIN , ABDUL AZIZ, (2010), LQ-Moments: Prameters Estimation for Kappa Distribution , Sain Malaysiana 39(5): 845-850.

١١-Nassar, M., Mada, N.(2013), A new Generaliza on of the Pareto-Geometric Distribution, Journal of the Egyption Mathematical Society,Vol .21,pp. 148-155 .

١٢-Gupta, R.D.,Kundu, D., (2000), Generalized Exponantial Distribution:different method of estimation, jaurnal of statistical computation and simulation, vol.30,no.4,pp 315-338.

13-Decurn inge, Alexis, (2013), Estimation and Tests Under L-Moment Condition Models , F. Nielsen and F. Barbaresco(Eds.): GSI, LNCS 8085, PP459-466.

14-Meanin , Seung-Jin; Lee,Soon-Hyuk; Song Gi-Heon, (2006), Flood Frequancy Analysis by Wakeby and Kappa Distrbutions usingL-Moments , DOI: 5389/KSAE.2006.48.5.017.

15-W.MIELKE, PAUL; S.JOHNSON, EARL, (1973), Three-Parameter Kappa Distribution Maximum Likelihood Estimates and Likelihood Ratio Tests, UDC 551.501.45:551.509.617.

16- *Winchester .C & D.J. Dupuis a,(2007). More on the four-parameter kappa distribution ,* Pages 99-113 | Received 20 Jun 2000, Published online: 20 Mar 2007 .